Fit in Mathe

September 2013 Klassenstufe 11

Thema	Exponentialfunktion

❶ Betrachte die Exponentialfunktion $f(x) = 16^x$ und fülle für sie folgende Wertetabelle aus:

x	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{8}{4}$
$f(x)$											

Die Summe aller Werte auf ganze Zahlen aufgerundet ergibt ___.

❷ Gegeben ist die Funktion $f(x)$ wie in Aufgabe 1. Bestimme die Durchschnittssteigung $s(x)$ zwischen einem Punkt $(x/f(x))$ und dem Nachbarpunkt $(x+\frac{1}{4}/f(x+\frac{1}{4}))$.

Stelle hierfür eine Wertetabelle wie in Aufgabe 1 auf

x	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$
$s(x)$											

Die Summe aller Werte auf ganze Zahlen aufgerundet ergibt ___ .

❸ Exponentialfunktionen $Q(t) = Q_0 a^t$ sind geeignet, Wachstumsvorgänge einer Größe Q als Funktion der Zeit zu beschreiben (die Zeit ist dann die Unabhängige und wird üblicherweise mit t benannt) ,.

Beweise folgende Aussagen:

a) Zu Beginn hat die Größe Q den Wert Q_0 .

b) Nach **einer** Zeiteinheit vergrößert (oder verkleinert) sich die Größe $Q(t)$ um das a-fache.

c) Zu jedem Zeitpunkt t ist die Veränderung von $Q(t)$ in einem sich anschließenden festen Zeitintervall Δt proportional zu $Q(t)$.

d) Die prozentuale Vergrößerung (oder Verkleinerung) um einen vorgegebenen Prozentsatz p ist nicht vom Beobachtungszeitpunkt sondern nur vom Beobachtungsintervall Δt abhängig.

Die Proportionalitätskonstante bei c) für $a=16$ *und* $\Delta t=\frac{1}{2}$ *ist* ___.

Fit in Mathe

September 2013 Klassenstufe 11

❹ Der Logarithmus ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion.
Löse folgende Gleichungen:
1) $256 = 2^x$ 2) $\log_2(1024) = x$ 3) $10^{\log_{10}(100)} = x$ 4) $\log_{10}(x) = 2$

Die Summe der x-Werte ist ____

❺ Zum Jahreswechsel 2012/2013 lebten etwa 7,112 Mrd Menschen auf der Erde. Man rechnet mit einem durchschnittlichen Zuwachs von 1,1% pro Jahr.

a) Wie sieht die Wachstumsfunktion $N(t) = N_0 a^t$ aus ?

b) Wie groß wird die Weltbevölkerung nach dieser Prognose Ende 2015 sein ?

Es leben dann ganzzahlig gerundet ___ Millionen Menschen mehr auf der Erde.

❻ Radioaktive Stoffe zerfallen verschieden schnell. Bei der Zerfallsgeschwindigkeit spricht man von der Halbwertszeit, das ist die Zeit, in der die Hälfte einer bestimmten Anzahl von radioaktiven Atomen zerfallen ist. Angenommen ein bestimmtes radio-aktives Isotop hätte eine Halbwertszeit von einem halben Jahr.

a) Bestimme das a in der Zerfallsfunktion $n(t) = n_0 a^t$.

b) Nach wie viel Jahren (ganzzahlig!) gibt es erstmalig weniger als 1 % der Atome?

Zwei Jahre vor dem Zeitpunkt $t=0$ gab es noch die ___-fache Menge .

Lösungen mit Kennsilben

512 BE	4 HE	1023 EC	3 NS	218 CH	768 BU	16 NK	251 EG	1024 SE	8 AL	237 RA	217 RR

Lösungswort:

❼ <u>Expertenaufgabe</u>

Wie oben gesagt, ist exponentielles Wachstum einer zeitabhängigen Größe $f(t)$ dadurch gekennzeichnet, dass ihre Veränderung proportional zu ihrer Größe ist, d.h. $f'(t)=k\cdot f(t)$.

Logistisches Wachstum nennt man ein Wachstum, das sich einer Wachstumsgrenze, der Sättigungsgrenze S , nähert. Die Änderung ist zusätzlich dadurch gekennzeichnet, dass sie proportional zum Abstand zur Sättigungsgrenze ist, d.h.

(1) $f'(t)=k\cdot f(t)\cdot(S-f(t))$

also (2) $f(0) = f_0$ und (3) $\lim\limits_{t\to\infty} f(t) = S$.

a) Setze eine Funktion $f(t) = \dfrac{c}{1+a\,e^{-bt}}$ als Lösung von (1) an und bestimme a,b,c so, dass die Gleichungen (1), (2) und (3) erfüllt sind.

b) Skizziere den Graphen dieser Funktion.

c) Bestimme das t , bei dem die größte Wachstumsgeschwindigkeit erreicht wird und gib den Funktionswert an, bei dem das der Fall ist.