Fit in Mathe

Oktober 2013 Klassenstufe 12

Thema	**Integrationsregeln**

❶ Berechne die folgenden Integrale

a) $\int_0^3 1\,dx$ b) $\int_0^3 x\,dx$ c) $\int_0^3 x^2\,dx$ d) $\int_0^3 x^3\,dx$

Die Summe aller Werte ganzzahlig gerundet ist ____

❷ Berechne unter Nutzung der Ergebnisse aus Aufgabe 1 die folgenden Integrale

a) $\int_0^3 (x^3+x^2+1)\,dx$ b) $\int_0^3 (x^3-x^2)\,dx$ c) $\int_0^3 (x^3-4x^2+5x-2)\,dx$ d) $\int_0^3 \frac{x^2-1}{x+1}\,dx$

Die Summe aller Werte ganzzahlig gerundet ist ____

❸ Bestimme die Stammfunktion mit additiver Konstante 0 zu

a) $f(x)=3\cdot x^{-\frac{1}{2}}$ b) $f(x)=2\cdot e^{0,5x}$ c) $f(x)=\cos(\frac{x}{2})$ d) $f(x)=\frac{2}{2x+1}$

Die Summe der konstanten Faktoren bei den gesuchten Stammfunktionen ist ___.

❹ Bestimme mit Hilfe der Produktregel $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$ jeweils die Stammfunktion mit additiver Konstante 0.

a) $f(x)=2x\sin(x)+x^2\cos(x)$ b) $f(x)=(1+x)\cdot e^x$ c) $f(x)=1+\ln(x)$

x taucht über alle Lösungsfunktionen summiert ___ mal als Faktor auf

❺ Man kann die Produktregel in Aufgabe 4 auch so anwenden.

$$\int f'(x)\cdot g(x)\,dx = \int (f(x)\cdot g(x))'\,dx - \int f(x)\cdot g'(x)\,dx = f(x)\cdot g(x) - \int f(x)\cdot g'(x)\,dx$$

Manchmal ist das letzte Integral einfacher zu lösen. Das Verfahren heißt die „partielle Integration“. Finde so die Stammfunktion mit additiver Konstante 0 zu

a) $f(x)=x\cdot\sin(x)$ b) $f(x)=x\cdot e^x$ c) $f(x)=(x+1)\cdot\ln(x+1)$ d) $f(x)=\ln(x+1)$

Die Summe der Beträge F(0) von allen gesuchten Stammfunktionen ist ___ .

❻ Die Regel „Integrieren durch Substitution“ resultiert aus der Kettenregel der Differentiation $(f(g(x)))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$. Anstatt den Summationsgrenzwert-prozess über $(f'(g(x))\cdot g'(x))\cdot \Delta x$ zu führen, klammert man $f'(g(x))\cdot(g'(x)\cdot\Delta x)$, nutzt $\Delta g(x)=g'(x)\cdot\Delta x$ und führt den Grenzwertprozess über $f'(g)\Delta g$ auf dem Intervall $(g(a);g(b))$ aus. Finde so die Stammfunktion von

Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.

hochschule 21 genial dual
PFH PRIVATE UNIVERSITY of Applied Sciences
TUHH Technische Universität Hamburg-Harburg

Fit in Mathe

Oktober 2013 Klassenstufe 12

a) $\ln(10)\cdot\int_0^1 x\cdot 10^{-x^2}dx$ b) $\frac{1}{\ln(2)}\cdot\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}dx$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x)\cos(x)\,dx$

Die Summe aller Werte ganzzahlig gerundet ist ___

❼ In der Wirtschaftsmathematik stellt man mit einer Nachfragefunktion dar, wieviel Mengeneinheiten x eines Gutes bei einem Preis pro Stück von

$p_N(x)$ $\left[\frac{Geldeinheiten}{Stück}\right]$ nachgefragt werden.

Die Nachfragekurve soll die Form haben: $p_N(x)=100\cdot e^{-x}$, d.h. die Nachfrage setzt bei 100 $\left[\frac{Geldeinheiten}{Stück}\right]$ ein und wird bei fallendem Stückpreis entsprechend größer. Der Umsatz ist die Fläche unter der Kurve.

Bestimme den kleinsten Umsatz, der auch bei theoretisch unendlich wachsender Menge nicht überschritten wird.

Der gesuchte Wert ist ___

Lösungen mit Kennsilben													
38 OP	100 RT	5 OM	1,25 ON	3 NI	46 AV	51 ER	37 KL	4 RK	200 ST	10 NK	2 ZE	1,75 PO	9 IE

Lösungswort:

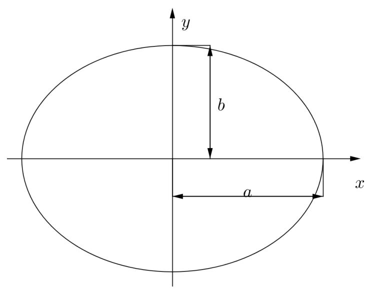
❽ (Expertenaufgabe)

Ein Ellipsoid ist eine räumliche Figur, die durch die Rotation einer Ellipse um eine Hauptachse entsteht. Lege ein xy-Koordinatensystem so, dass seine y-Ach-se mit der Rotationsachse übereinstimmt. Ein Schnitt durch die y-Achse ergibt als Querschnittsfläche eine Ellipse, deren Peripheriepunkte die Gleichung erfüllen:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1 \quad .$$

Schneide dann den Ellipsoiden senkrecht zur y-Ach-se in Scheiben und führe einen Integrationsprozess über die Volumina der Scheiben durch.

Gib die Volumenformel für den Ellipsoiden an !



Wer am Ende seiner Schulzeit alle "Fit in Mathe"-Aufgabenblätter eigenständig und erfolgreich bearbeiten kann, erfüllt unsere Erwartungen an die Mathematikkompetenzen unserer Studienanfänger. Die mathematischen Voraussetzungen für einen erfolgreichen Studieneinstieg an unserer Hochschule sind damit gegeben.

hochschule 21 genial dual PFH PRIVATE UNIVERSITY of Applied Sciences TUHH Technische Universität Hamburg-Harburg